Q.R.O.C (2 pages)
Matériel électronique non autorisé. Feuille A4 de notes personnelles manuscrites
Durée 2 heures

Exercice 1 :

Soit $\psi_k = e^{j2\pi kt/T}$ avec k entier relatif non nul

I.1 Montrez que (ψ_1, ψ_2, ψ_3) est une base orthogonale.

I.2 Soit $x_k(t)=\text{rect}(t/T).\psi_k$, calculez la transformée de Fourier de $x_k(t)$.

I.3 On désire transmettre simultanément les symboles a_1,a_2 et a_3 avec $a_i \in \{-1,1\}$ On forme y(t) tel que $y(t)=a_1x_1(t)+a_2x_2(t)+a_3x_3(t)$. Calculez la transformée de Fourier de y(t) et représenter son spectre d'amplitude Y(f). Donnez les valeurs de $Y(f)$ aux fréquences $\frac{1}{T}, \frac{2}{T}$ *et* $\frac{3}{T}$ soit $Y(\frac{1}{T}), Y(\frac{2}{T}), Y(\frac{3}{T})$. Ce résultat était-il prévisible ?

I.4 Quelle méthode proposez vous à la réception pour extraire séparément les symboles a_1,a_2,a_3 ?

Exercice 2 :

Considérons le signal *x(t) = sinc(Bt)*.

1. Calculer la transformée de Fourier X(f) de *x(t)* et en déduire sa nature énergétique (signal à énergie finie, puissance moyenne finie).
2. Représenter le spectre d'amplitude et de phase de x(t). Le signal x(t) est échantillonné à la fréquence fe. Quelle est la valeur minimale de fe
3. Que vaut la densité spectrale de puissance / énergie de x(t).
4. Montrer que la densité spectrale d'énergie d'un signal x(t) est invariante par translation temporelle.

Exercice 3

Soit $x(t) = e^{-at}\, 1I_{[0,+\infty[}(t)$, $a > 0$

1 - x(t) est-il un signal à énergie finie, à puissance moyenne finie ?

2 - Calculer la densité spectrale (d'énergie ou de puissance suivant le résultat de la question 1) de *x(t)*.

3 - On veut générer le signal $y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{T} 1I_{[0,T]}(u) x(t-u)\,du$

Calculer la réponse impulsionnelle et la fonction de transfert du filtre générant *y(t)* à partir de *x(t)*.
Le filtre est-il causal ?
Quelle est la nature de ce filtre (passe bande, passe tout, passe-bas , passe - haut) ?

4 - Calculer la densité spectrale d'énergie de y(t).