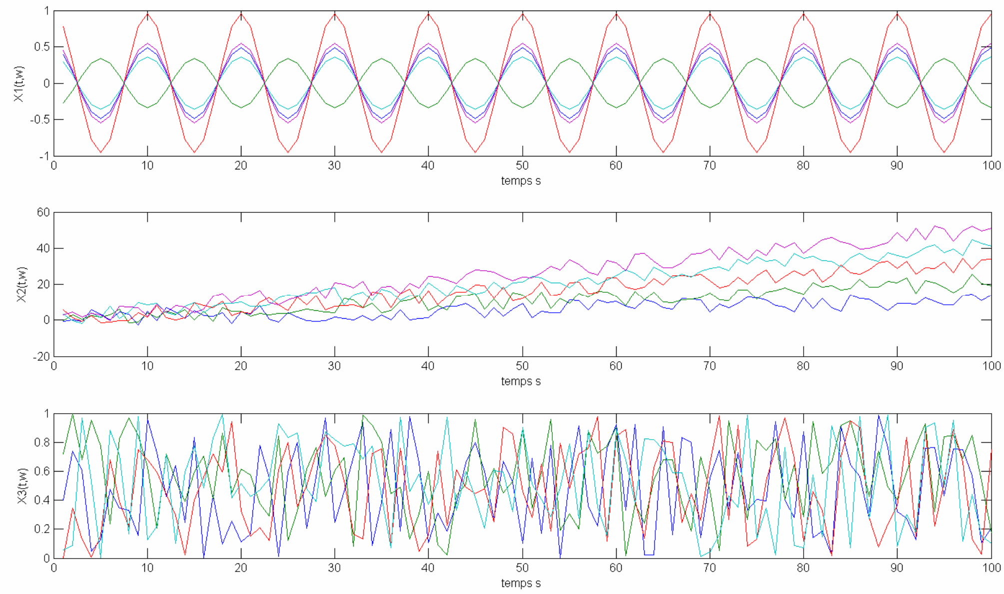
Q.R.O.C module A22 **Année 2008/2009**
Document et matériel électronique non autorisés
Formulaires A21 et A22 autorisés

Exercice I

Sur les graphes suivants sont représentés plusieurs trajectoires de trois processus aléatoires. Ces processus sont-ils stationnaires au second ordre ? Justifier votre réponse. Aucun calcul n'est demandé.



Exercice II

Justifiez pourquoi les fonctions suivantes ne sont pas des fonctions d'autocorrélation :

$$R_{xx1}(\tau) = \begin{cases} \boldsymbol{1} & -T < \tau < T \\ \boldsymbol{0} & ailleurs \end{cases} \quad et \quad R_{xx2}(\tau) = |\tau| \exp(-|\tau|)$$

Justifiez pourquoi les fonctions suivantes ne sont pas des densités spectrales de puissance de signaux réels stationnaires au second ordre

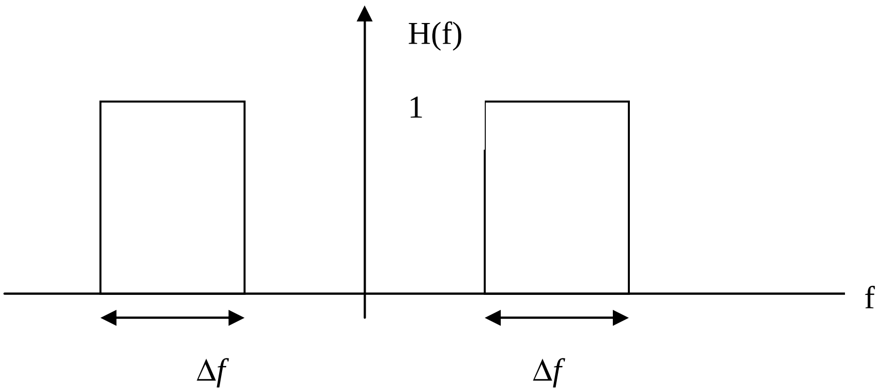
$$S_1(f) = \operatorname{sin}c(fT) \quad avec\ T > \boldsymbol{0}\ et \quad [S_2(f) = \exp(\alpha f) \quad avec \quad \alpha > \boldsymbol{0}]$$

Exercice III

Soit φ une variable aléatoire uniformément répartie sur $[0,2.\pi]$. Soit le signal : $x(t) = sin(2.\pi . f_0 .t + \varphi)$.

Ce signal est transmis et nous recevons $y(t) = a.x(t) + b(t)$ où a est une constante et $b(t)$ un bruit blanc de densité spectrale de puissance égale à $N_0/2$ (indépendant de f), b(t) est une variable aléatoire stationnaire au second ordre.

1. Montrez que *y(t)* est stationnaire du second ordre.
2. Calculez sa densité spectrale de puissance.
3. Le signal reçu est filtré par un passe-bande idéal de largeur Δf centré sur la fréquence du sinus.



Calculez la densité spectrale du signal *z(t)* en sortie du filtre : $S_z(f)$. Tracez la.

4. Calculez les puissances du signal et du bruit en sortie du filtre. En déduire le rapport signal sur bruit S/N après le filtrage.

5. Pour maximiser S/N, comment faut-il choisir Δf ?

Exercice IV

On considère le processus aléatoire défini par $X(t,\omega) = c(\omega)e^{-A(\varpi)t}$ où $A(\omega)$ est une variable aléatoire uniforme sur [0 ,1] et **Erreur ! Des objets ne peuvent pas être créés à partir des codes de champs de mise en forme.**une variable aléatoire gaussienne centrée de variance σ^2. Les variables $A(\omega)$ et **Erreur ! Des objets ne peuvent pas être créés à partir des codes de champs de mise en forme.**sont indépendantes.

IV.1 Donnez 2 représentations possibles de $X(t,\omega)$ correspondant à 2 tirages ω_1 et ω_2

IV.2 Représentez les densités de probabilité de $A(\omega)$ et **Erreur ! Des objets ne peuvent pas être créés à partir des codes de champs de mise en forme.**notées respectivement $p_A(a)$ et $p_C(c)$

IV.3 Calculez la moyenne statistique E($X(t,\omega)$).

IV.4 Calculez la fonction d'autocorrélation $C_{xx}(\tau)$
Le processus est-il stationnaire au 2nd ordre. Justifiez votre réponse.