

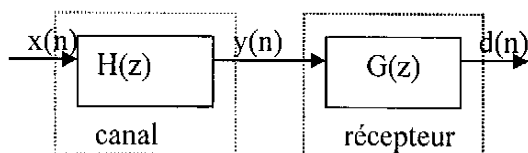
Exercice I

On désire réaliser une transmission numérique dans un canal comportant deux trajets. Ce canal peut être considéré comme un filtre dont la réponse impulsionnelle est

$$h(n) = a_1\delta(n) + a_2\delta(n - n_0)$$

avec a_1 et a_2 deux réels positifs et n_0 un entier non nul.

1. Déterminez $H(z)$, la transformée en z de $h(n)$ et décrivez les propriétés de ce filtre.
2. Montrer que la réponse en fréquence peut se mettre sous la forme $|H(f)|^2 = A + B \cos(2\pi f n_0)$. Donner les valeurs de A et B . Pour quelles valeurs de f $|H(f)|^2$ est-il minimum. Donner une représentation de $|H(f)|^2$ pour $n_0=5$ et $a_0=a_1$ et discuter des résultats obtenus.
3. On choisit une fréquence d'échantillonnage f_e de 10 kHz, le signal $x(n)$ transmis dans le canal est de la forme $x(n, \omega) = \cos(2\pi n f_1 / f_e + \phi(\omega)) + \cos(2\pi n f_2 / f_e + \varphi(\omega))$ avec $f_1=1$ kHz et $f_2=2$ kHz. ϕ et φ deux variables aléatoires indépendantes et uniformément réparties sur $[-\pi, \pi]$ et ω une réalisation. Montrer que $x(n)$ est stationnaire au 2^o ordre.
4. Dédurre de la question précédente la densité spectrale du signal émis. La représenter sur le graphe précédent. Sans faire de calcul, donner l'expression de la densité spectrale du signal reçu $S_y(f)$ pour $n_0=5$ et $a_0=a_1$.
5. Dans cette question, on prendra $n_0=1$ et $a_1 \neq a_0$. Pour compenser les distorsions introduites par le canal, on introduit à la réception un filtre $G(z)$ afin d'obtenir en sortie $d(n)=x(n)$.



Donnez une relation simple entre $G(z)$ et $H(z)$. Sous quelle condition ce filtre est-il réalisable ?

Exercice II

Une source transmet un signal numérique x_k dont les valeurs prises à l'instant k sont équiprobables, indépendantes de k et appartiennent à l'alphabet $\{-3, -1, +1, +3\}$.

1. Calculer $E(x)$ et la fonction d'autocorrélation de x , notée $C_{xx}(n)$. Tracer cette fonction en notant les points remarquables sur le graphe.
2. Ce signal est filtré par un filtre dont la relation de récurrence est $y(k) = x(k) + x(k - 1)$. Donnez la fonction d'autocorrélation $C_{yy}(n)$ de y et en déduire la densité spectrale de y notée $S_y(z)$.