Stationnarité au 2nd ordre des processus aléatoire

Rappel
- $X(t,\omega)$ processus aléatoire car il dépend non seulement du temps mais également des réalisations (ω) d'une ou plusieurs variables aléatoires exemple. $X(t,\omega) = A(\omega)\sin(\Phi(\omega) + 2\pi f t)$

- Stationnarité au 1er ordre.

t donné : $E(X(t,\omega))_\omega = E(X(t_2,\omega)) = m \quad \forall t$
indépendante du temps

- stationnaire au 2nd ordre

On → stationnaire au 1er ordre $E(X(t,\omega)) = m$

+ → $Cov_X(t,t')$ = indépendante de t, t'

$= E\big((X(t,\omega) - \underbrace{E(X(t,\omega))}_{m})(X(t',\omega) - \underbrace{E(X(t',\omega))}_{m})\big)$

= On pose $t' = t - \tau$

$Cov_X(t, t-\tau)$ = doit être indépendant de t.

$= E\big[(X(t,\omega) - m)(X(t-\tau,\omega) - m)\big] = E\big(X(t,\omega)X(t-\tau,\omega)\big)$
$- \underbrace{E(X(t,\omega))}_{m} \cdot m - m\underbrace{E(X(t-\tau,\omega))}_{m} + m^2$

$= E(X(t,\omega)X(t-\tau,\omega)) - m^2 = C_X(t,\tau) - m^2$
↳ indépendant de t.