objectif calcul de $S_y(f)$

b) 1^re^ méthode : On calcule $C_y(\tau) \xrightarrow{TF} S_y(f)$

$$C_y(t, t-\tau) = E(y(t)\, y(t-\tau))$$

$$= E\big((x(t) + a\, x(t-t_0))(x(t-\tau) + a\, x(t-t_0-\tau))\big)$$

$$= E(\underbrace{x(t)\, x(t-\tau)}_{C_x(\tau)}) + E(\underbrace{a\, x(t-t_0)\, x(t-\tau)}_{a\, C_x(t_0-\tau)})$$

$$+ E(\underbrace{a x(t)\, x(t-(t_0+\tau))}_{C_x(t_0+\tau)}) + E(\underbrace{a^2\, x(t-t_0)\, x(t-t_0-\tau)}_{x(t)\,x(t-\tau) : C_x(\tau)})$$

- $x(t)$ stat au 2^nd^ ordre $C_x(t, t-\tau) = C_x(\tau)$

indépend de l'inst d'observation t.

$$x(t-t_0)\, x(t-\tau) = x(t')\, x(t'+t_0-\tau)$$

$t' = t - t_0$ $t = t' + t_0$ $\Rightarrow C_x(t_0-\tau)$.

$$C_y(t, t-\tau) = C_y(\tau) = C_x(\tau) + a\, C_x(t_0-\tau)$$

$$+ a\, C_x(t_0+\tau) + a^2\, C_x(\tau)$$

$$= \frac{C^2}{2} \cos 2\pi f_0 \tau + a \frac{C^2}{2} \cos 2\pi f_0 (t_0-\tau) + a \frac{C^2}{2} \cos 2\pi f_0 (t_0+\tau)$$

$$+ a^2 \frac{C^2}{2} \cos 2\pi f_0 \tau.$$