

Nom, prénom, promotion (TTN, FA) :

# Communications numériques

## Module A24

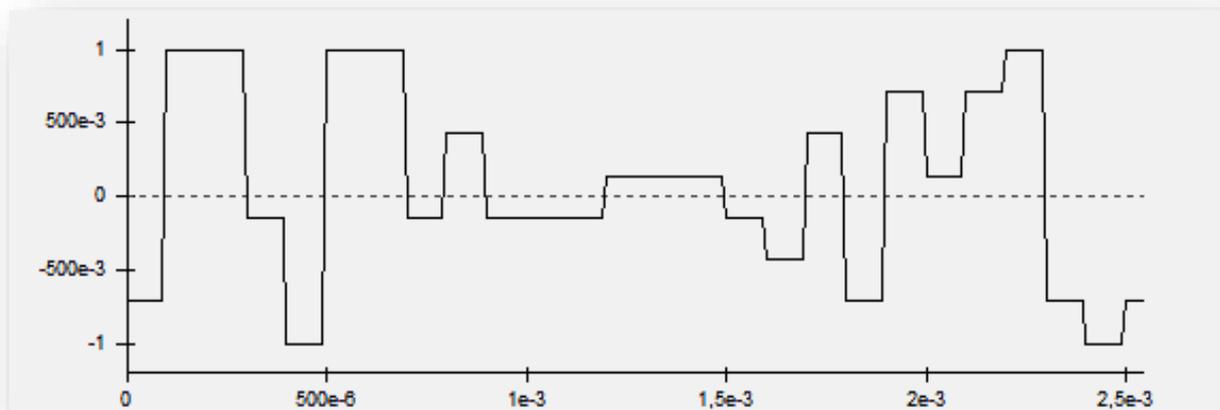
(Répondre impérativement sur ce document)

(Écriture au crayon à mine de graphite ou au stylo **rouge** interdite)

Document autorisé : aucun.

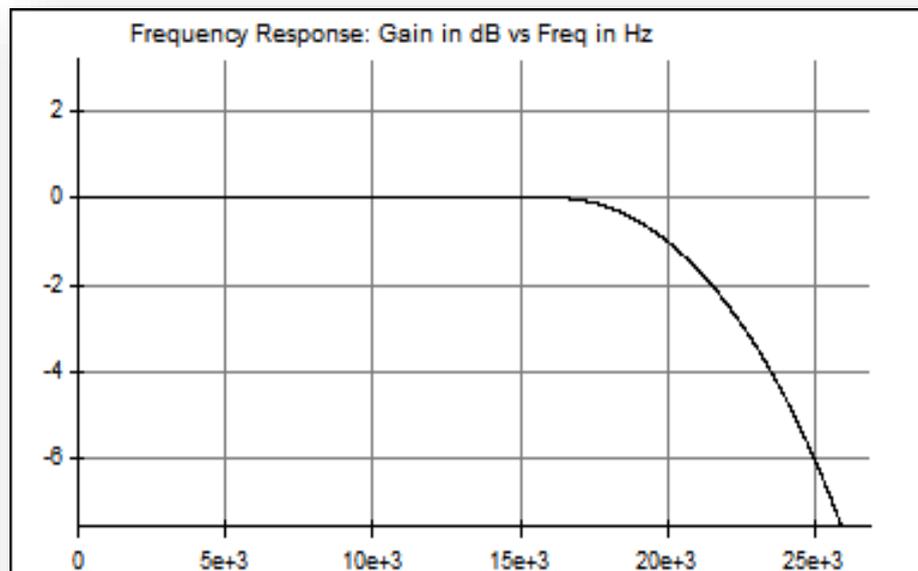
Calculatrice non programmable autorisée (**retenez deux décimales pour la précision**).

- 1) Donnez en bits par seconde, le débit de la source délivrant le signal ci-dessous :



L'axe des abscisses est gradué en secondes ( $1e-3=1ms$ ) et celui des ordonnées en Volts.

- 2) Calculez la bande passante nécessaire si le signal est mis en forme avec un filtre de « roll-off »  $\alpha$  de 0,35 :
- 3) Voici la courbe de réponse d'un filtre de mise en forme d'un signal dont l'axe des ordonnées est gradué en décibels. Calculez le débit source  $D_s$  possible si le signal est de valence 32 :



- 4) Quel est le rapport signal à bruit  $S/N$  nécessaire à l'obtention d'un taux d'erreurs sur les bits de  $10^{-5}$  pour la transmission d'un signal polaire de valence 8 ?
- 5) Quel est le débit théoriquement possible dans un canal de bande passante  $B_P$  de  $10^6$  Hz avec un roll-off  $\alpha$  de 0,5 si le rapport signal à bruit est de 25,5 dB ?
- 6) Pour ce même rapport  $S/N$ , déterminez la valence d'un signal polaire pour lequel on aurait un taux d'erreurs sur les bits ne dépassant pas  $10^{-5}$  :

- 7) Déduisez-en le débit  $D_s$  possible (bits/s) si le canal est identique à celui de la question 5) :
- 8) quel serait le taux d'erreur sur les bits, avec le même S/N, si le signal utilisé était unipolaire (il vous faut, pour cela, déterminer la relation permettant de calculer le taux d'erreurs pour un signal unipolaire dont la valence est celle calculée ci-dessus) ?

9) On souhaite réaliser une transmission numérique à un débit de 2,08 Mbits/s avec un taux d'erreurs sur les bits inférieur à  $10^{-6}$ . On considère trois techniques :

- a. Utilisation d'une 16-QAM.
- b. Utilisation d'une 16-APK.
- c. Utilisation d'une 16-PSK.

Le bruit de fond dans le canal présente une densité spectrale de puissance  $N_0$  égale à  $2 \cdot 10^{-8} \text{W/Hz}$ . Déterminez la puissance  $S$  du signal nécessaire à l'entrée du récepteur pour chacune de ces techniques de modulation et comparez les résultats.

10) Les signaux sont mis en forme par des filtres en cosinus surélevé dont le facteur d'adoucissement (roll-off) est égal à 0,5. Déterminez la bande passante du canal pour chaque cas.

11) Vérifiez la cohérence de vos calculs (capacité de Shannon) :

- 12) On mesure la puissance du bruit de fond d'un canal de transmission par satellite à l'aide d'un analyseur de spectre dont le filtre d'analyse présente une bande passante de 120kHz et on trouve la valeur de -120dBm. Calculez la densité spectrale  $N_0$  de ce bruit :
- 13) Le satellite rayonne une puissance de 9dBw et le bilan de liaison (ensemble des pertes) est de 120dB. Calculez la puissance reçue au sol par le récepteur :
- 14) La bande passante du canal étant de 36MHz et les filtres de mise en forme présentant un roll-off  $\alpha$  de 0,5, calculez le débit symbole  $D_C$  possible :
- 15) On a le choix entre deux techniques de transmission : une QPSK ou une 8-PSK. Calculez les débits source  $D_S$  possibles dans les deux cas :
- 16) Choisissez celle des deux techniques qui nous assure d'un taux d'erreurs sur les **bits** de moins de  $10^{-5}$  :

17) Vérifiez vos résultats par la formule de Shannon :

Quelques formules utiles (données volontairement sans commentaire) :

### TRANSMISSION EN BANDE DE BASE

$$M=2^n$$

$$n=\log_2 M \quad (\text{bits/symb.})$$

$$D_S=D_C \log_2 M \text{ ou } D_S=nD_C \quad (\text{bits/s}) \text{ débit de la source}$$

$$D_C=2B_N \quad (\text{bauds}) \text{ débit dans le canal}$$

$$\eta=D_S/B_N \text{ ou } \eta=2\log_2 M \quad (\text{bits/s/Hz})$$

$$B_P=B_N(1+\alpha) \quad 0<\alpha<1 \quad (\text{Hz})$$

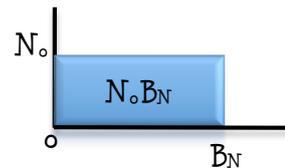
$$P_{e\_bit}=P_{e\_symb}/\log_2 M \quad (\text{si code de Gray})$$

$$S/N=E_B/N_o \cdot \eta$$

$$S=E_B D_S \quad (\text{Watts})$$

$$N=N_o B_N \quad (\text{Watts})$$

$$C=B_N \cdot \log_2(1+S/N) \quad (\text{bits/s})$$



Pour un filtre, de fonction de transfert  $H(f)$ , respectant le critère de Nyquist, on a :

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} H(f - k2B_N) = \text{Constante}$$

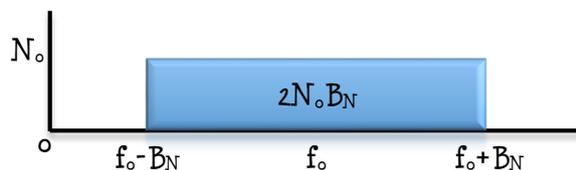
### TRANSMISSION EN BANDE TRANSPOSEE (ce qui change de la bande de base)

$$\eta=D_S/B_N \text{ ou } \eta=\log_2 M \quad (\text{bits/s/Hz})$$

$$B_P=2B_N(1+\alpha) \quad 0<\alpha<1 \quad (\text{Hz})$$

$$N=2N_o B_N \quad (\text{Watts})$$

$$C=2B_N \cdot \log_2(1+S/N) \quad (\text{bits/s})$$



Taux d'erreurs sur les symboles et efficacité spectrale (bande de base et bande transposée) :

NOM	DEFINITION	EFFICACITE SPECTRALE	TAUX D'ERREURS sur les symboles	APPLICATION (exemples)
Transmission (signal)	en bande de base polaire)	$2 \log_2 M$ bits/s/Hz	$P_e = \frac{2(M-1)}{M} Q\left(\sqrt{\frac{6}{M^2-1} \cdot \frac{E_B}{N_0} \cdot \log_2 M}\right)$	
ASK	Amplitude Shift Keying	$\eta = \log_2 M$	$P_{es} = 2 \frac{M-1}{M} \cdot Q\left(\sqrt{\frac{3 \log_2 M}{M(2M-3)+1} \cdot \frac{E_B}{N_0}}\right)$	Étiquettes électroniques
BPSK	Binary Phase Shift Keying	1 bit/s/Hz	$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_B}{N_0}}\right)$	
DPSK	Differentially coherent PSK	1 bit/s/Hz	$P_{eb} = \frac{1}{2} e^{-\frac{E_B}{N_0}}$	EUTELTRACS INMARSAT-C
APK	Amplitude and Phase shift Keying	$\eta = \log_2 M$	$P_e = \frac{2(M-1)}{M} Q\left(\sqrt{\frac{6}{M^2-1} \cdot \frac{E_B}{N_0} \cdot \log_2 M}\right)$	TV numérique américaine (8VSB) V29
QPSK	Quaternary PSK	2 bits/s/Hz	$P_{esymb} \approx 2Q\left(\sqrt{2 \frac{E_B}{N_0}}\right)$	V22, V26, DVB-S, DAB
MPSK (M>2)	PSK M-aire	$\eta = \log_2 M$	$P_{esymb} \approx 2Q\left(\sqrt{\frac{2E_B \log_2 M}{N_0} \sin \frac{\pi}{M}}\right)$	V27, EDGE
QAM	Quadrature Amplitude Mod.	$\eta = \log_2 M$	$4\left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right) Q\left(\sqrt{\frac{3}{M-1} \cdot \log_2 M \cdot \frac{E_B}{N_0}}\right)$	V22-bis, V29, V32, V33, V34, DVB-T, DVB-C
FSK binaire	Frequency Shift Keying	0,5 bit/s/Hz	$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{E_B}{N_0}}\right)$	V21, V23
MFSK	FSK M-aire	$\eta = \frac{\log_2 M}{M}$	$P_{es} \leq (M-1) Q\left(\sqrt{\frac{E_B}{N_0} \log_2 M}\right)$ $P_{ebit} \approx P_{es}/2$ si $M \gg 2$	ERMES
MSK	Minimum frequency Shift Keying	$\eta = \frac{2 \log_2 M}{M+1}$	$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{2E_B}{N_0}}\right)$	Pointel, DECT, GSM, MOBITEX

E 411, Spring 2009, Table of Q Function

Table 1: Values of  $Q(x)$  for  $0 \leq x \leq 9$ 

$x$	$Q(x)$	$x$	$Q(x)$	$x$	$Q(x)$	$x$	$Q(x)$
0.00	0.5	2.30	0.010724	4.55	$2.6823 \times 10^{-6}$	6.80	$5.231 \times 10^{-12}$
0.05	0.48006	2.35	0.0093867	4.60	$2.1125 \times 10^{-6}$	6.85	$3.6925 \times 10^{-12}$
0.10	0.46017	2.40	0.0081975	4.65	$1.6597 \times 10^{-6}$	6.90	$2.6001 \times 10^{-12}$
0.15	0.44038	2.45	0.0071428	4.70	$1.3008 \times 10^{-6}$	6.95	$1.8264 \times 10^{-12}$
0.20	0.42074	2.50	0.0062097	4.75	$1.0171 \times 10^{-6}$	7.00	$1.2798 \times 10^{-12}$
0.25	0.40129	2.55	0.0053861	4.80	$7.9333 \times 10^{-7}$	7.05	$8.9459 \times 10^{-13}$
0.30	0.38209	2.60	0.0046612	4.85	$6.1731 \times 10^{-7}$	7.10	$6.2378 \times 10^{-13}$
0.35	0.36317	2.65	0.0040246	4.90	$4.7918 \times 10^{-7}$	7.15	$4.3389 \times 10^{-13}$
0.40	0.34458	2.70	0.003467	4.95	$3.7107 \times 10^{-7}$	7.20	$3.0106 \times 10^{-13}$
0.45	0.32636	2.75	0.0029798	5.00	$2.8665 \times 10^{-7}$	7.25	$2.0839 \times 10^{-13}$
0.50	0.30854	2.80	0.0025551	5.05	$2.2091 \times 10^{-7}$	7.30	$1.4388 \times 10^{-13}$
0.55	0.29116	2.85	0.002186	5.10	$1.6983 \times 10^{-7}$	7.35	$9.9103 \times 10^{-14}$
0.60	0.27425	2.90	0.0018658	5.15	$1.3024 \times 10^{-7}$	7.40	$6.8092 \times 10^{-14}$
0.65	0.25785	2.95	0.0015889	5.20	$9.9644 \times 10^{-8}$	7.45	$4.667 \times 10^{-14}$
0.70	0.24196	3.00	0.0013499	5.25	$7.605 \times 10^{-8}$	7.50	$3.1909 \times 10^{-14}$
0.75	0.22663	3.05	0.0011442	5.30	$5.7901 \times 10^{-8}$	7.55	$2.1763 \times 10^{-14}$
0.80	0.21186	3.10	0.0009676	5.35	$4.3977 \times 10^{-8}$	7.60	$1.4807 \times 10^{-14}$
0.85	0.19766	3.15	0.00081635	5.40	$3.332 \times 10^{-8}$	7.65	$1.0049 \times 10^{-14}$
0.90	0.18406	3.20	0.00068714	5.45	$2.5185 \times 10^{-8}$	7.70	$6.8033 \times 10^{-15}$
0.95	0.17106	3.25	0.00057703	5.50	$1.899 \times 10^{-8}$	7.75	$4.5946 \times 10^{-15}$
1.00	0.15866	3.30	0.00048342	5.55	$1.4283 \times 10^{-8}$	7.80	$3.0954 \times 10^{-15}$
1.05	0.14686	3.35	0.00040406	5.60	$1.0718 \times 10^{-8}$	7.85	$2.0802 \times 10^{-15}$
1.10	0.13567	3.40	0.00033693	5.65	$8.0224 \times 10^{-9}$	7.90	$1.3945 \times 10^{-15}$
1.15	0.12507	3.45	0.00028029	5.70	$5.9904 \times 10^{-9}$	7.95	$9.3256 \times 10^{-16}$
1.20	0.11507	3.50	0.00023263	5.75	$4.4622 \times 10^{-9}$	8.00	$6.221 \times 10^{-16}$
1.25	0.10565	3.55	0.00019262	5.80	$3.3157 \times 10^{-9}$	8.05	$4.1397 \times 10^{-16}$
1.30	0.0968	3.60	0.00015911	5.85	$2.4579 \times 10^{-9}$	8.10	$2.748 \times 10^{-16}$
1.35	0.088508	3.65	0.00013112	5.90	$1.8175 \times 10^{-9}$	8.15	$1.8196 \times 10^{-16}$
1.40	0.080757	3.70	0.0001078	5.95	$1.3407 \times 10^{-9}$	8.20	$1.2019 \times 10^{-16}$
1.45	0.073529	3.75	$8.8417 \times 10^{-5}$	6.00	$9.8659 \times 10^{-10}$	8.25	$7.9197 \times 10^{-17}$
1.50	0.066807	3.80	$7.2348 \times 10^{-5}$	6.05	$7.2423 \times 10^{-10}$	8.30	$5.2056 \times 10^{-17}$
1.55	0.060571	3.85	$5.9059 \times 10^{-5}$	6.10	$5.3034 \times 10^{-10}$	8.35	$3.4131 \times 10^{-17}$
1.60	0.054799	3.90	$4.8096 \times 10^{-5}$	6.15	$3.8741 \times 10^{-10}$	8.40	$2.2324 \times 10^{-17}$
1.65	0.049471	3.95	$3.9076 \times 10^{-5}$	6.20	$2.8232 \times 10^{-10}$	8.45	$1.4565 \times 10^{-17}$
1.70	0.044565	4.00	$3.1671 \times 10^{-5}$	6.25	$2.0523 \times 10^{-10}$	8.50	$9.4795 \times 10^{-18}$
1.75	0.040059	4.05	$2.5609 \times 10^{-5}$	6.30	$1.4882 \times 10^{-10}$	8.55	$6.1544 \times 10^{-18}$
1.80	0.03593	4.10	$2.0658 \times 10^{-5}$	6.35	$1.0766 \times 10^{-10}$	8.60	$3.9858 \times 10^{-18}$
1.85	0.032157	4.15	$1.6624 \times 10^{-5}$	6.40	$7.7688 \times 10^{-11}$	8.65	$2.575 \times 10^{-18}$
1.90	0.028717	4.20	$1.3346 \times 10^{-5}$	6.45	$5.5925 \times 10^{-11}$	8.70	$1.6594 \times 10^{-18}$
1.95	0.025588	4.25	$1.0689 \times 10^{-5}$	6.50	$4.016 \times 10^{-11}$	8.75	$1.0668 \times 10^{-18}$
2.00	0.02275	4.30	$8.5399 \times 10^{-6}$	6.55	$2.8769 \times 10^{-11}$	8.80	$6.8408 \times 10^{-19}$
2.05	0.020182	4.35	$6.8069 \times 10^{-6}$	6.60	$2.0558 \times 10^{-11}$	8.85	$4.376 \times 10^{-19}$
2.10	0.017864	4.40	$5.4125 \times 10^{-6}$	6.65	$1.4655 \times 10^{-11}$	8.90	$2.7923 \times 10^{-19}$
2.15	0.015778	4.45	$4.2935 \times 10^{-6}$	6.70	$1.0421 \times 10^{-11}$	8.95	$1.7774 \times 10^{-19}$
2.20	0.013903	4.50	$3.3977 \times 10^{-6}$	6.75	$7.3923 \times 10^{-12}$	9.00	$1.1286 \times 10^{-19}$
2.25	0.012224					10.00	$7.62 \times 10^{-24}$