

A41

Examen de octobre 2009 (tutelnet)

Tous documents autorisés.

durée 2 heures

AVERTISSEMENT – Il sera tenu grand compte du soin apporté dans la rédaction des solutions. Pour chaque réponse, indiquer le numéro de la question traitée.

1 Poste de secours

Un poste de secours en montagne dispose d'un service d'urgence tenu par un seul secouriste. Les accidents, en moyenne 32 par jour (8 heures), arrivent selon un processus de Poisson. Les durées des soins sont indépendantes et suivent une loi exponentielle de moyenne égale à 10 minutes pour chaque accidenté. Les accidentés sont examinés au poste de secours suivant l'ordre d'arrivée et, il n'y a pas de limitation de place dans le service d'urgence. Ils sont ensuite orientés dans les services hospitaliers de la région en fonction de la gravité de leurs blessures.

Q 1.1 – En appliquant la formule de Poisson (page 23, poly cours), calculer la probabilité qu'il arrive exactement 4 clients entre 8H et 9H du matin. Quelle est la probabilité qu'il arrive exactement 8 clients entre 8H et 10H du matin ? Ces deux probabilités sont-elles forcément égales (justifier) ?

Q 1.2 – Calculer la probabilité qu'un accidenté soit examiné pendant plus de 20 minutes.

Q 1.3 – Montrer que la condition d'*ergodicité* est vérifiée et calculer la probabilité π_n qu'il y ait n accidentés dans le poste de secours à un instant donné (en régime stationnaire).

Q 1.4 – Déterminer les paramètres suivants :

- le nombre moyen d'accidentés dans le poste de secours
- le nombre moyen d'accidentés en attente
- le temps moyen de présence dans le poste de secours
- le temps moyen d'attente d'un accidenté avant d'être examiné.

Q 1.5 – Quand il y a déjà 3 malades en attente, on décide que les *nouveaux* arrivants sont immédiatement transférés à l'hôpital le plus proche pour y être examinés. Quelle est la proportion des accidentés qui sont ainsi immédiatement transférés sans examen préalable ?

Q 1.6 – Avec ces nouvelles règles de fonctionnement, recalculer les paramètres :

- le nombre moyen d'accidentés dans le poste de secours
- le nombre moyen d'accidentés en attente
- le temps moyen de présence dans le poste de secours
- le temps moyen d'attente d'un accidenté avant d'être examiné.

2 Salon de coiffure

Dans un salon de coiffure, il existe 4 fauteuils et un seul coiffeur opère. Un client qui arrive et trouve les 4 sièges occupés s'en va ailleurs. On suppose que les clients arrivent au rythme de 6 par heure et que ces arrivées sont poissonniennes. Une coupe dure en moyenne 20 minutes et sa durée suit une loi exponentielle.

Q 2.1 – Modéliser le problème en faisant le dessin de la chaîne de Markov.

Q 2.2 – Déterminer la probabilité invariante π_n en justifiant son existence ($0 \leq n \leq 4$).

Q 2.3 – Quelle est la probabilité pour qu'un client arrivant puisse se faire couper les cheveux sans attendre ?

Q 2.4 – Quel est le pourcentage de clients potentiels refusés ?

Q 2.5 – Notre génial Figaro invente une nouvelle coupe et, suite à cela, il voit ses clients arriver au rythme de 20 par heure (arrivées poissonniennes). Afin de faire face, il change d'organisation et recrute 3 autres coiffeurs. Lorsque les 4 coiffeurs sont occupés, les clients sont refusés. Quel doit être alors le temps d'une coupe pour que les 4 coiffeurs soient occupés *simultanément* 50% du temps ?

3 Planification de tâches

La mise en exploitation d'un nouveau gisement minier demande la réalisation d'un certain nombre de tâches. Le tableau suivant énumère ces différentes tâches, leurs durées ainsi que leurs relations d'antériorité immédiates.

TACHES	LIBELLÉ	DURÉE	TACHES PRÉALABLES
a	Obtention du permis d'exploitation	4	
b	Etablissement d'une piste de 6 km	6	a
c	Transport et installation des 2 sondeuses	0.5	b
d	Création de bâtiments provisoires pour le bureau et le logement des ouvriers	1	b
e	Préparation du terrain	2	b
f	Goudronnage de la piste	3	b
g	Adduction d'eau	8	c,d
h	Campagne de sondage	6	e,f,g
i	Forage et équipement de 3 puits	1	h,j
j	Transport et installation au fond du matériel d'exploitation	8	e,f,g
k	Construction de bureaux et de logements en dur	12	h,j
l	Traçage et aménagement du fond	8	h,j

Q 3.1 – Dessiner le graphe représentant les contraintes d'ordonnancement.

Q 3.2 – Calculer les dates *au plus tôt* et les dates *au plus tard*.

Q 3.3 – Dessiner le(s) chemin(s) critique(s).