

A41

Examen de octobre 2008 (tutelnet)

Tous documents autorisés.

durée 2 heures

AVERTISSEMENT – Il sera tenu grand compte du soin apporté dans la rédaction des solutions. Pour chaque réponse, indiquer le numéro de la question traitée.

1 Exercice

Dans le cadre de la réforme de l'enseignement universitaire, une nouvelle formation sur deux ans (le nom de code est DING) est organisée avec un examen en première et en deuxième année. Ceux qui échouent à l'examen annuel ont la possibilité de redoubler en repassant l'examen l'année suivante. Les redoublants qui échouent sont automatiquement exclus de la formation DING.

Chaque étudiant de DING (redoublant ou non) a une probabilité p de réussir à l'examen annuel. On note $q = 1 - p$ la probabilité d'échouer.

Q 1.1 – La situation d'un étudiant est observée en début d'année universitaire (1er septembre). Modéliser par une chaîne de Markov le parcours scolaire d'un étudiant inscrit en DING et indiquer la matrice de transition.

Q 1.2 – Considérons un étudiant inscrit en DING en septembre 2005 et examinons sa situation en septembre 2007. Indiquer les différents cas possibles et calculer leur probabilité.

Q 1.3 – Calculer en fonction de p la probabilité qu'un étudiant inscrit en DING obtienne finalement le diplôme. Parmi ceux-ci, indiquer la proportion des étudiants qui obtiendra le diplôme en deux ans exactement.

2 Exercice

Un serveur de base de données reçoit en moyenne 1000 requêtes par seconde, arrivant selon un processus de Poisson. Le temps de traitement d'une requête suit la loi exponentielle. Quand le serveur est occupé, les requêtes sont stockées sur un disque de grande taille pour être traitées ultérieurement selon le principe "premier arrivé, premier servi". Le serveur a la capacité de traiter 2000 requêtes par seconde.

Q 2.1 – Quelle est la probabilité que le temps de traitement (attente non comprise) d'une requête soit supérieure à une milli-seconde (ms) ?

Q 2.2 – Modéliser par une chaîne de Markov. Admet-elle une distribution stationnaire ?

Q 2.3 – Calculer

- le nombre moyen de requêtes dans le système.
- le temps moyen de traitement d'un paquet (attente comprise)

Afin de se protéger d'une attaque par inondation de requêtes malveillantes sur le serveur, on décide de rejeter les requêtes en entrée dès que le nombre des requêtes présentes dans le système est égal à un certain nombre entier N (il y a alors $N - 1$ requêtes en attente).

Q 2.4 – Calculer N pour que la probabilité de rejet d'une requête en fonctionnement *normal* (i.e. lorsqu'il n'y a pas attaque) soit de l'ordre de 10^{-12} .

Il existe, sur le marché, 4 types différents de serveurs pouvant traiter respectivement 1000, 2000, 3000 ou 4000 requêtes par seconde quand ils fonctionnent sans interruption.

Q 2.5 – On souhaite qu'un client qui émet une requête ait la réponse au bout de 0,5 ms en moyenne (attente + service). Quel type de serveur faut-il prévoir ?

A titre expérimental, on envisage un système *sans* file d'attente mais comportant plusieurs serveurs de front. Lorsque tous les serveurs sont occupés, les requêtes sont rejetées.

Q 2.6 – Quelle est le pourcentage de clients rejetés pour un système comportant 1 serveur traitant 4000 requêtes par seconde ?

Q 2.7 – Même question pour un système comportant deux serveurs traitant chacun 2000 requêtes par seconde.

Q 2.8 – Même question pour un système comportant quatre serveurs traitant chacun 1000 requêtes par seconde.

3 Exercice

Q 3.1 – Calculer le flot maximum allant de A à B pour un réseau modélisé par le graphe de la figure 1 en indiquant sur chaque arc le flot net.

Q 3.2 – Dessiner le graphe résiduel correspondant à ce flot maximum.

Q 3.3 – Indiquer une coupe dont la *capacité maximale* est exactement égale au flot qui circule entre A et B .

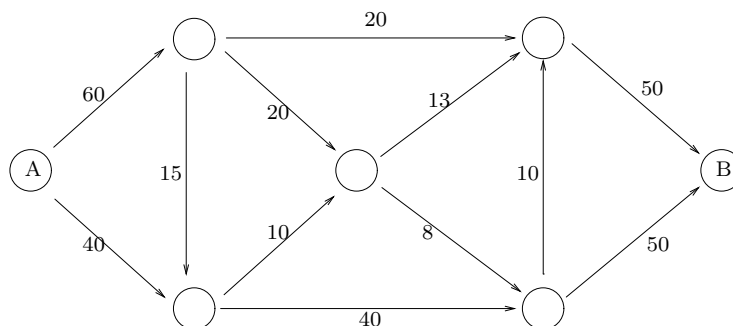


FIG. 1 – Capacités maximales des lignes de communication