Le 9 février 2004

ENIC

Télécom Lille1

Durée 2 heures – documents interdits

EXERCICE I

Une surface plane S sépare deux milieux diélectriques. Le milieu 1 est constitué par de l'air, caractérisé par $\mu_1 = \mu_0$ et $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$. Le milieu 2 est de l'alumine, caractérisée par $\mu_2 = \mu_0$ et $\varepsilon_2 = 10\varepsilon_0$.

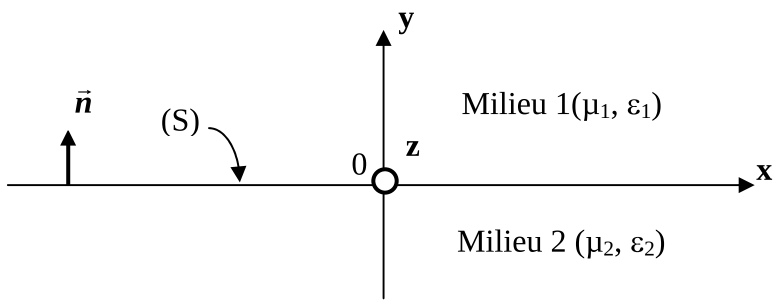


Figure 1

1°) Rappeler les conditions de continuité que doivent vérifier les champs $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}$ *et* $\vec{B}$, sur l'interface entre les deux milieux 1 et 2.

2°) Sur cette interface, en y=0, le champ électrique s'écrit:

$$\vec{E} = 1000\,\vec{e}_y + 100\,\vec{e}_z \quad (V/m)$$

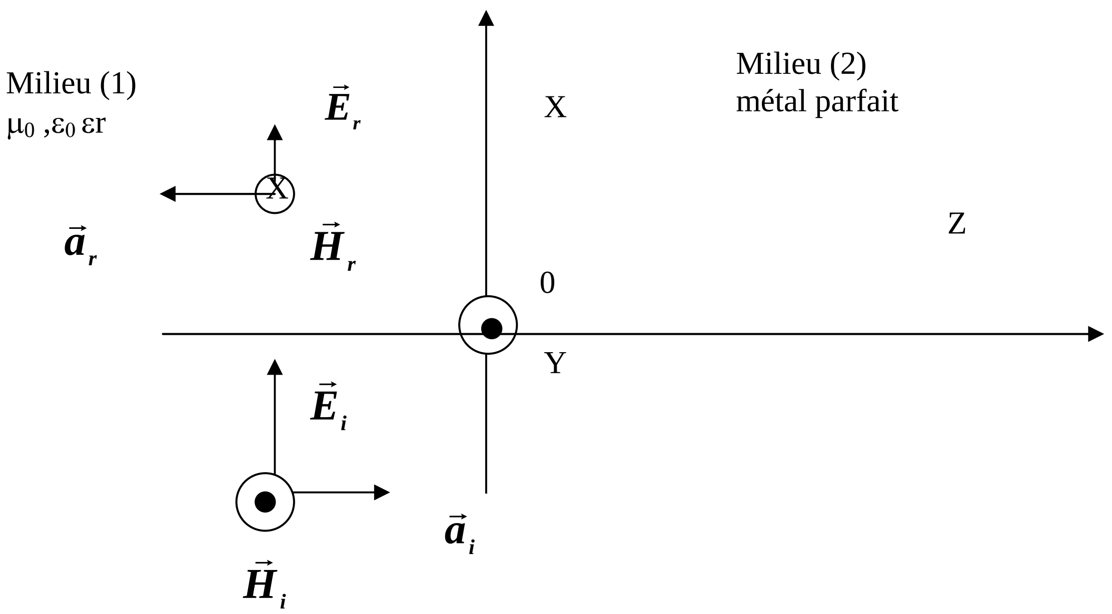
où $\vec{e}_x$, $\vec{e}_y$, et $\vec{e}_z$ représentent les vecteurs unités suivant les axes Ox, Oy, et Oz.

Calculer les valeurs numériques des composantes de champ électrique, en y=0, dans le milieu 2.

EXERCICE II

Soit une onde plane uniforme tombant à la normale sur un plan infini séparant deux milieux sans pertes. Le milieu (1) est constitué d'un diélectrique (<u>permittivité relative =4</u>; perméabilité =1) et le milieu (2) est considéré comme un métal parfait.

la fréquence de l'onde plane est de 1GHz.



1) Donner les expressions des champs réfléchis et incidents
2) Donner les champs totaux électriques et magnétiques dans le milieu 1
3) Donner l'expression du coefficient de réflexion; Donner sa valeur numérique (module et phase)
4) Donner l'expression des nœuds et des ventres de champs électriques, et, calculer les 3 premiers nœuds et ventres. En déduire le TOS.
5) calculer la puissance de l'onde stationnaire du milieu (1)

EXERCICE III

Une ligne sans pertes, d'impédance caractéristique Zc= 50Ω et de constante de phase β, est chargée par une impédance Z_L= (100+j100) Ω. On utilise deux "stubs", afin de réaliser l'adaptation dans le plan AA'. Le stub 1, terminé par un circuit ouvert, est placé en série sur la ligne principale, à une distance d de la charge, telle que d/λ= 0,56.

Le premier stub, cout circuité à son extrémité, est placé dans le plan de la charge, figure 3. Les deux stubs ont pour impédance caractéristique Zc= 50Ω, et la même constante de phase que la ligne principale.

1°) Rappeler l'expression de l'impédance ramenée vers le générateur, par un tronçon de ligne en C.O., à une distance l_1 de ce C.O. Exprimer z_{co}, cette impédance réduite, en fonction de β et de l_1.

2°) Rappeler l'expression de l'impédance ramenée vers le générateur, par un tronçon de ligne en C.C., à une distance l_2 de ce C.C. Exprimer z_{cc}, cette impédance réduite, en fonction de β et de l_2.

On appelle y_T l'admittance totale dans le plan CC'. $y_T= y_L+y_{ST2}$, où y_L et y_{ST2} représentent respectivement l'admittance (réduite) de la charge et celle ramenée par le stub 2.

3°) Déterminer la valeur numérique de y_T (choisir une valeur parmi deux possibles).

4°) En déduire la valeur de l'admittance réduite $y_{BB'}$, puis celle de $z_{BB'}$, définies dans le plan BB', qu'il est possible d'adapter avec le stub 1.

5°) Donner la valeur de la susceptance b_{s2}, ramenée par le stub 2, ainsi que celle de la réactance x_{s1}, ramenée par le stub 1, afin de réaliser l'adaptation dans le plan AA'. En déduire les longueurs l_1 *et* l_2 des deux stubs, sachant que la fréquence de travail est de 10 GHz.

Remarque: La dimension physique entre les plans AA' et BB' est totalement négligée

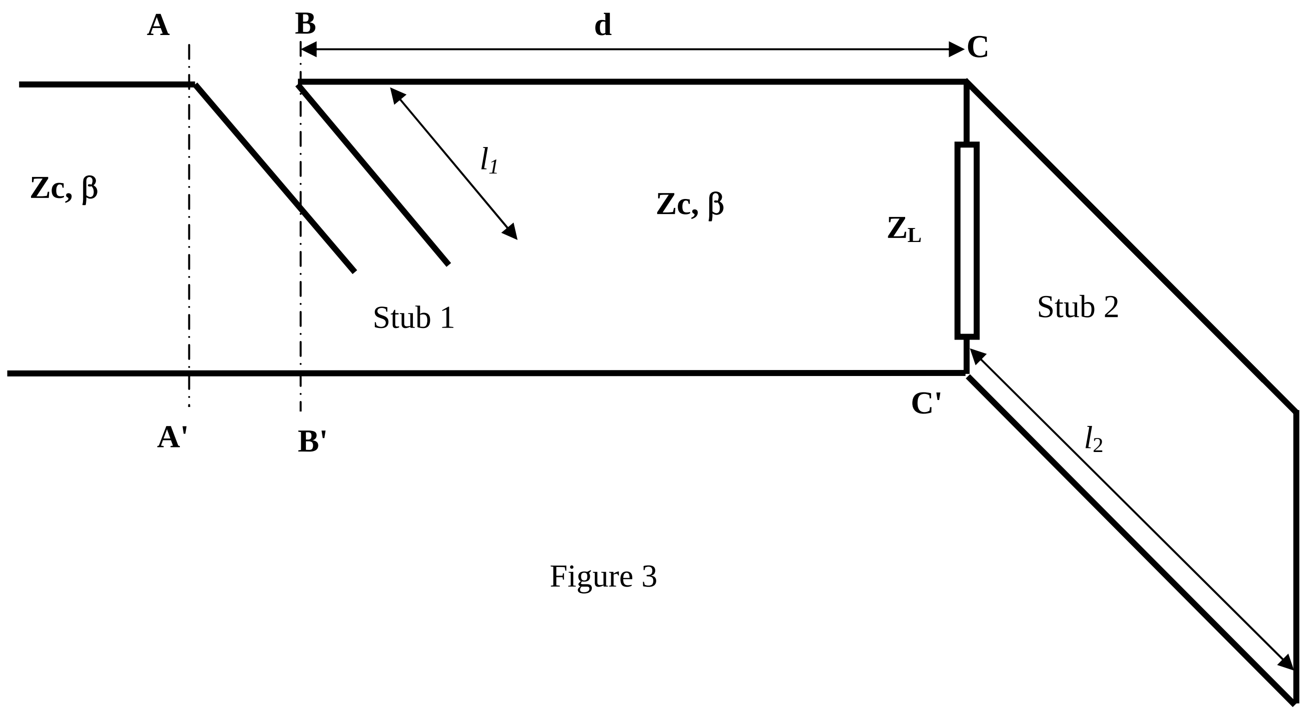


Figure 3

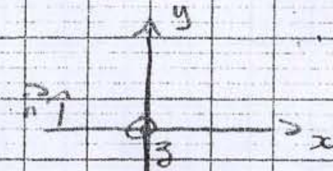
341 Correcθ QROC.

Exo 1 milieu diélectriq = pas de conducteurs $\sigma = 0$ $\vec{J_s} = \vec{0}$ (en surface)

1°) Equaθ de continuité.

à savoir par ♡

$$\vec{n} \wedge (\vec{E_1} - \vec{E_2}) = \vec{0}$$
$$\vec{n} \wedge (H_1 - \vec{H_2}) = \vec{J_s} = \text{densité de courant en surface} = \vec{0}$$
$$\vec{n} \cdot (\vec{B_1} - \vec{B_2}) = 0.$$
$$\vec{n} \cdot (\vec{D_1} - \vec{D_2}) = \sigma_s = 0$$



2°) en $y = 0$

$$\vec{E} = 1000\,\vec{e_y} + 100\,\vec{e_z} \qquad \vec{E} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1000 \\ 100 \end{pmatrix}$$

↳ continuité des composantes tangentielles en E (suivant x et z)

$$E_z \text{ ds } ① = E_z \text{ ds } ② = 100$$
$$E_x \text{ ds } ① = E_x \text{ ds } ② = 0$$

$$\vec{D_1} = \varepsilon_1 \vec{E_1} \qquad \vec{D_2} = \varepsilon_2 \vec{E_2}$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{D_1} - \vec{D_2}) = 0 \Rightarrow \vec{D_1}\,\vec{n} = \vec{D_2}\,\vec{n}$$
$$\varepsilon_1 \vec{E_1}\,\vec{n} = \varepsilon_2 \vec{E_2}\,\vec{n}$$
$$\varepsilon_1 \vec{E_1} = \varepsilon_2 \vec{E_2}$$
$$\varepsilon_1 E_{y_1} = \varepsilon_2 E_{y_2}$$
$$E_{y_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} E_{y_1} = \frac{\varepsilon_0}{10\varepsilon_0} E_{y_1} = \frac{E_{y_1}}{10} = 100$$

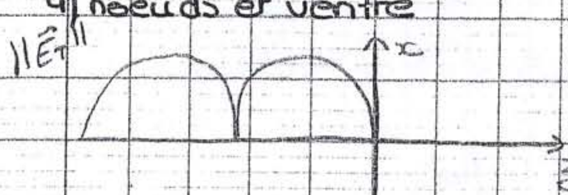
Exo 2. $(\vec{k}, \vec{E}, \vec{H})$ trièdre direct ici à $\vec{}$.

métal parfait = conductivité infinie, H est réfléchie $J = \sigma E$

pas de transmis

si conducteur non parfait → effet de peau, transmission ds une petite surface (s'atténue en exponentielle)

4) noeuds et ventre



min de $\|\vec{E}_T\|$ → noeud qd le sin est mini nal.

qd $az = n\pi \mid n \in \mathbb{R}^+$

1er noeud : en $z = 0$.

2e noeud : en $z = \frac{\pi}{a} = \frac{\pi\lambda}{2\pi} = \frac{\lambda}{2}$ $\Big\|\ k = \frac{2\pi}{\lambda} = a = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$ $\qquad \lambda = \frac{v}{f}$.

3e noeud : en $z = \lambda$

λ en cm : $f = 1\ \text{GHz}$ $\Big\|\ \lambda = \frac{v}{f}$ $\Big\|\ v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}}$

$$\lambda = \frac{3.10^9}{\sqrt{4.10^9}} = \frac{3}{20} = 0,15\ \text{cm}.$$

Ventres : qd $\sin(az)$ est max

qd $az = \pi/2 + n\pi$

1er ventre : $z_1 = \pi/2a = \frac{\pi\lambda}{2.2\pi} = \frac{\lambda}{4} = 3,75$ cm

$z_2 = \frac{3\pi}{2a} = 11,25$ cm $\qquad z_3 = \frac{5\pi}{2a} = 18,75$ cm.

5) Puissance de l'onde stationnaire du milieu.

$$\langle\vec{R}\rangle = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\,(E \wedge H^*)$$

$$\langle\vec{R}\rangle = \frac{1}{2}\,\mathrm{Re}\left(-2j\,E_0 \sin(az) \times 2\,\frac{E_0}{\eta}\cos(az)\right)\vec{e}_z = \vec{0}$$

Exo 3.

1°) Champ incident :

onde plane $\Rightarrow \vec{E_i} = E_{0i}\, e^{j(\omega t - \vec{k}\vec{r})}\, \vec{e_x}$

$$\vec{a_i} = \vec{k} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a_i \end{pmatrix} \qquad \vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \qquad \vec{a_i}\,\vec{r} = a_i z$$

vecteur unitaire — amplitude

$\vec{k}\vec{r} = \vec{a_i}\,\vec{r}$

$\vec{E_i} = E_{0i}\, e^{j(\omega t - a_i z)}\, \vec{e_x}$

Calcul de $\vec{H}$

$$\vec{rot}\, \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} = -\mu \frac{d\vec{H}}{dt}$$

$\vec{\nabla} \wedge \vec{E}$

$$\vec{\nabla} = \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} \\ \frac{d}{dy} \\ \frac{d}{dz} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} E_i \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{dE_i}{dz} \\ -\frac{dE_i}{dy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -E_{0i}\, j a_i\, e^{(j\omega t - a_i z)} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\frac{dx}{dy}$ $\quad E_i$

$$-E_{0i}\, j\, a_i\, e^{(j\omega t - a_i z)} = -j\omega\mu H_i$$

$$\vec{H_i} = E_{0i} \frac{a_i}{\omega\mu}\, e^{(j\omega t - a_i z)}\, \vec{e_y}$$

$k = a$ $\quad k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$

$$\frac{a_i}{\omega\mu} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} = \frac{1}{\eta} \qquad \frac{E}{H} = \eta$$

$$\vec{H_i} = \frac{E_{0i}}{\eta}\, e^{(j\omega t - a_i z)}\, \vec{e_y}$$

Champ réfléchi : $\vec{E_r} = E_{or}\, e^{j(\omega t \oplus a_r z)}\, \vec{e_x}$ ← ch. dirigé suivant $\vec{e_z}$

← régime harmoniq

← propagaⁿ suivant z

$\vec{H_r} = -\dfrac{E_{or}}{\eta}\, e^{j(\omega t + a_r z)}\, \vec{e_y}$

(la propagaⁿ de l'onde se fait ds les z décroissants)

Conditⁿ aux limites

en $z = 0$ $\quad \vec{E_i} + \vec{E_r} = \vec{E_T} = \vec{0}$

en $t = 0$ $\quad E_{oi}\, \vec{e_x} + E_{or}\, \vec{e_x} = 0$

$\Leftrightarrow E_{oi} = -E_{or} = E_0$

$\vec{E_i} = E_0\, e^{j(\omega t - a_i z)}\, \vec{e_x}$

$\vec{E_r} = -E_0\, e^{j(\omega t + a_r z)}\, \vec{e_x}$

$\vec{H_i} = \dfrac{E_0}{\eta}\, e^{j(\omega t + a_i z)}\, \vec{e_y}$

$\vec{H_r} = \dfrac{E_0}{\eta}\, e^{j(\omega t + a_r z)}\, \vec{e_y}$

2°) $\vec{E_T} = \vec{E_i} + \vec{E_r} = E_0\, e^{j(\omega t - a_i z)}\, \vec{e_x} - E_0\, e^{j(\omega t + a_r z)}\, \vec{e_x}$

$= E_0\, e^{j\omega t}\left(e^{-a_i z} - e^{a_r z}\right)\vec{e_x}$

nb d'onde ds un m̂ milieu $\quad a_i = a_r = a$

$\vec{E_T} = E_0\, 2j\, e^{j\omega t} \sin(az)\, \vec{e_x}$

$\vec{H_T} = \vec{H_i} + \vec{H_T} = \dfrac{2E_0}{\eta}\, e^{j\omega t} \cos(az)\, \vec{e_x}$

3°) coef de réflexion : $\dfrac{E_r}{E_i} = \dfrac{-e^{jaz}}{e^{-jaz}} = -e^{2jaz}$

module : $|\rho| = 1$

phase : $\varphi = \pi + 2az$

$TOS = \dfrac{1 + |\rho|}{1 - |\rho|} \Rightarrow \infty$ (court-circuit : mur métalliq)

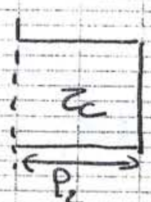
$$Z_{ram} = Z_c \, th(\gamma y + \theta_x)$$

$$= Z_c \frac{th\,\gamma y + th\,\theta_x}{1 + th\,\gamma y \; th\,\theta_x}$$

$$= Z_c \frac{j \tan \beta y + \frac{Z_L}{Z_c}}{1 + j \tan \beta y \left(\frac{Z_L}{Z_c}\right)}$$

$$= Z_c \frac{Z_L + Z_c \, j \tan \beta y}{Z_c + Z_L \, j \tan \beta y}$$

$$Z_{co} = Z_c \frac{1 + (Z_c \, j \tan \beta l_1)/\infty}{\frac{Z_c}{\infty} + j \tan \beta l_1} \qquad z_{co} = \frac{1}{j \tan \beta l_1}$$



$$Z_{cc} = 0$$

$$Z_{cc} = Z_c \frac{0 + Z_{cc} \, j \tan \beta l_2}{Z_c + 0} = Z_c \, j \tan \beta l_2$$

$$z_{cc} = j \tan \beta l_2$$

3°) $Z_L = (100 + 100 j)\,\Omega$ $\qquad z_L = 2 + 2j.$

$$y_c = 0{,}25 - 0{,}25\,j$$

$$y_{cc'} = \overbrace{y_c + y_{s2}}^{//}$$

$$= y_c + j\,b_{s2} = 0{,}25 + j(-0{,}25 + 0{,}25\,j).$$

La partie réelle vaut 0,25 $\qquad \Re(y_{cc'}) = 0{,}25$

$z_{AA'} = 1$ + stub 1 $\Rightarrow z_{bb'} = 1 + j\,\cancel{x}S_1$

$(\mathcal{C}_1)$ —

Un stub ramène tj = une impédance pure^t imaginaire.

$\mathcal{C}_2$: cercle des admittances possibles ds le plan BB'.

distance d entre le plan BB' et CC'.

↳ déplace^t de $d = 0{,}56$ vers la charge

$y_{cc'} = 0{,}25 + j\,0{,}08$