TELECOMLille1
ECOLE D'INGENIEURS

FA 14 - 11/12

Module d'harmonisation en probabilités
Q.R.O.C du lundi 5décembre 2011

Seules, les calculatrices non programmables, non graphiques de type collège sont autorisées.
Seul un résumé de cours (une feuille A4 recto verso) est autorisé, les autres documents (support de cours, livret élève,…) sont interdits

Exercice 1:

Calculer $p(X \geq 2{,}2)$ dans les cas suivants :

1. X suit la loi exponentielle de paramètre 3.
2. X suit la loi normale d'espérance mathématique 3 et de variance 4.

Exercice 2 :

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x)=\begin{cases} \frac{3}{4}x(2-x) & \text{si} \quad x\in[0;2] \\ 0 & \text{si} \quad x\notin[0;2] \end{cases}$. Calculer $E(X)$ et $Var(X)$.

Exercice 3 :

Soit X une variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle $[-1,3]$.

1. Calculer $p\left(X \leq \frac{5}{4}\right)$.
2. Calculer $p\left((X \geq \frac{1}{4}) / (X \leq \frac{5}{4}) \right)$.

Exercice 4

X et Y sont deux variables aléatoires réelles discrètes indépendantes telles que X suit la loi Binomiale de taille 4 et de paramètre $\frac{1}{2}$ et Y suit la loi de Poisson de paramètre 5.

1. Calculer $p(X \leq 2)$.
2. Calculer $p(Y \leq 1)$.
3. Calculer $p((X \leq 2) \cup (Y \leq 1))$.

Exercice 5 :

Cent cobayes atteints d'une maladie sont traités par l'un des trois produits en test dans un laboratoire pharmaceutique. 50 cobayes sont traités par le produit A, 25 par le produit B et 25 par le produit C. Chacun de ces produits entraîne chez le cobaye une guérison avec une certaine probabilité : 0.25 pour A, 0.6 pour B et 0.1 pour C.

1. On choisit un cobaye au hasard. Quelle est la probabilité qu'il soit guéri ?
2. Le cobaye choisi au hasard est guéri. Quelle est la probabilité qu'il ait été traité par le produit B?

Exercice 6 : Donner l'expression de la fonction de densité du couple gaussien centré (X ;Y) dont la matrice de covariance est : $\Gamma=\begin{pmatrix} 11 & -3\sqrt{3} \\ -3\sqrt{3} & 17 \end{pmatrix}$.

Exercice 7 : Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes. X suit la uniforme sur l'intervalle $[1;4]$ et Y suit la loi uniforme sur l'intervalle $[1;3]$.
Donner la fonction de densité conjointe du couple(X,Y) et calculer $p(Y-2X\geq -3)$.

Exercice 8 : Déterminer la loi marginale de X pour le couple (X ;Y) de variables aléatoires réelles dont la fonction de densité conjointe est définie par :

$$f(x,y)=\begin{cases} \frac{3}{4}xy^2 & \text{si } (x,y)\in D \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{avec } D=[0;2]\times[-1;1].$$

Exercice 9 : On considère le couple (X ;Y) de variables aléatoires réelles dont la fonction de répartition est définie sur IR^2 par :

$$F(x,y)=\begin{cases} (1-e^{-2x})(1-e^{-3y}) & \text{si } x\geq 0 \text{ et } y\geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}.$$

Déterminer la fonction de densité du couple (X ;Y) et calculer $p((X<1)\cap(Y<2))$.

Exercice 10 : On considère le couple (X ;Y) de variables aléatoires réelles dont la fonction de densité conjointe est définie sur IR^2 par :

$$f(x,y)=\begin{cases} \frac{12}{7}(xy+x^2) & \text{si } (x,y)\in[0;1]\times[0;2] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}.$$ Calculer E(XY).